

## 27508 - Matemáticas II

### Información del Plan Docente

<b>Año académico</b>	2017/18
<b>Centro académico</b>	109 - Facultad de Economía y Empresa
<b>Titulación</b>	449 - Graduado en Finanzas y Contabilidad
<b>Créditos</b>	6.0
<b>Curso</b>	1
<b>Periodo de impartición</b>	Segundo Semestre
<b>Clase de asignatura</b>	Formación básica
<b>Módulo</b>	---

### 1. Información Básica

#### 1.1. Introducción

Matemáticas II es una asignatura de formación básica de 6 créditos ECTS que se imparte en el segundo semestre del primer curso y que es la continuación de Matemáticas I impartida en el primer semestre del mismo curso, en cuyos conceptos se fundamenta.

La asignatura Matemáticas II está dividida en dos bloques claramente diferenciados: Programación Matemática y Análisis Dinámico, que dan respuesta a dos puntos de vista de la realidad económica diferentes. Tras el primero el estudiante sabrá plantear y resolver un amplio abanico de problemas de optimización clásica: lineales o no lineales, sin restricciones o con restricciones de igualdad. En el caso de programas de optimización en los que tanto la función objetivo como las restricciones son lineales se utiliza como técnica de resolución el método del simplex. Puede utilizarse este tema para conectar la enseñanza tradicional de resolución con el uso de programas informáticos, que simplifican el proceso de cálculo y sitúan al estudiante en la práctica profesional.

En el segundo bloque, análisis dinámico, se trata de resolver ecuaciones diferenciales y analizar su solución. Su inclusión en el programa es necesaria porque en el análisis económico es habitual que los procesos económicos sean no estáticos, como por ejemplo: crecimiento económico óptimo, gestión óptima de recursos renovables y no renovables, inversión óptima a largo plazo, etc.

#### 1.2. Recomendaciones para cursar la asignatura

Es aconsejable que los estudiantes que vayan a cursar esta asignatura hayan adquirido todos los conocimientos necesarios para superar la asignatura Matemáticas I del primer semestre del primer curso. En cualquier caso, los estudiantes deben conocer el significado e implicaciones de la diferenciabilidad de una función y tener destreza en el cálculo de derivadas parciales de una función así como en la determinación del signo de una forma cuadrática. Además deben de poder realizar y seguir una secuencia lógica así como relacionar entre si distintos aspectos de las matemáticas ya conocidos.

#### 1.3. Contexto y sentido de la asignatura en la titulación

## 27508 - Matemáticas II

Dado que las asignaturas de matemáticas deben de ser un instrumento y apoyo de otras que son esenciales en su formación, tales como Microeconomía, Macroeconomía, Econometría, etc., se continúa en la línea de trabajo ya abordada en Matemáticas I de acercar las matemáticas a los problemas de naturaleza económica, lo que sin duda ayudará a una mejor comprensión de las matemáticas y, en consecuencia, a una mayor capacidad para su aplicación.

Al finalizar estas asignaturas los estudiantes habrán trabajado para conseguir uno de los fines más importantes de la teoría matemática: construir modelos que describan el mundo real. El futuro graduado será capaz de utilizar el lenguaje en el que se expresa la ciencia, reconociendo el papel que las matemáticas juegan en el desarrollo de su pensamiento, al mejorar su razonamiento lógico, precisión, rigor, abstracción y capacidad para valorar resultados. Por ello, las asignaturas de carácter matemático son herramientas imprescindibles que permiten diseñar los modelos oportunos mediante los cuales se investiga, describe, comprende y reflexiona acerca de la realidad de la empresa.

### 1.4. Actividades y fechas clave de la asignatura

Planteamiento inicial de la asignatura: Inicio de las clases (teóricas y prácticas)

Asistencia y aprovechamiento continuado a las clases teóricas y prácticas

Asistencia a las prácticas P6 (según calendario del grupo)

Realización, según calendario indicado el día de la presentación, de pruebas intermedias de evaluación

Examen final en la fecha fijada en el calendario de exámenes del Centro

Las fechas clave de la asignatura se anunciarán en el aula y/o plataformas docentes del profesorado

## 2. Resultados de aprendizaje

### 2.1. Resultados de aprendizaje que definen la asignatura

El estudiante, para superar esta asignatura, deberá demostrar los siguientes resultados...

1. Ha adquirido destreza en el uso del lenguaje matemático, tanto en su comprensión como en su escritura.
2. Identifica los elementos fundamentales de un problema de optimización: variables, función objetivo y restricciones.
3. Plantea problemas de optimización estática sin restricciones y con restricciones de igualdad y de desigualdad.
4. Resuelve gráficamente, en los casos en que sea posible, un problema de optimización.

## 27508 - Matemáticas II

5. Valora si un programa matemático cumple las condiciones para ser resuelto mediante las técnicas estudiadas.
6. Distingue entre puntos críticos y extremos u óptimos.
7. Distingue entre óptimos locales y óptimos globales
8. Distingue entre condiciones necesarias y condiciones suficientes de optimalidad local
9. Calcula los puntos críticos resolviendo el sistema de ecuaciones obtenido al plantear las condiciones de primer orden de optimalidad local, tanto en el caso sin restricciones como en el caso de restricciones de igualdad
10. Estudia los puntos críticos obtenidos utilizando las condiciones de segundo orden, tanto en el caso de problemas de optimización sin restricciones como en el caso de problemas con restricciones de igualdad.
11. Aplica las condiciones que aseguran la globalidad de los óptimos.
12. Interpreta el significado económico de los multiplicadores de Lagrange obtenidos en un problema de optimización con restricciones de igualdad.
13. Evalúa si un programa matemático es lineal y lo resuelve gráficamente, si es posible, y por medio del algoritmo del simplex.
14. Analiza la variación en la solución de un problema de optimización lineal ante una modificación en algún dato del problema sin necesidad de resolver un nuevo problema.
15. Resuelve, utilizando programas informáticos adecuados, un problema de optimización, así como sus distintos elementos, e interpreta los resultados obtenidos.
16. Identifica un proceso dinámico en un fenómeno económico y lo representa si es posible mediante una ecuación diferencial ordinaria.
17. Comprende el concepto de solución de una ecuación diferencial ordinaria y distingue entre solución general y solución particular.
18. Distingue entre ecuación diferencial de primer orden y ecuación diferencial lineal de orden  $n$ .
19. Resuelve algunas ecuaciones diferenciales de primer orden utilizando el método adecuado.
20. Distingue en una ecuación diferencial lineal de coeficientes constantes, la ecuación homogénea asociada y calcula su solución general.
21. Calcula una solución particular de una ecuación diferencial lineal de coeficientes constantes.

22. Calcula la solución general de una ecuación diferencial lineal de coeficientes constantes.

23. Calcula la solución de una ecuación diferencial lineal de coeficientes constantes de orden  $n$  con  $n$  condiciones iniciales.

24. Es capaz de relacionar los distintos temas tratados en la asignatura.

## 2.2.Importancia de los resultados de aprendizaje

Posibilitan la comprensión de conceptos y modelos teóricos que se estudian en otras disciplinas afines con las que el estudiante se va a encontrar a lo largo del grado. El papel de las matemáticas con esta finalidad es muy importante ya que facilita el análisis y la discusión de los modelos y conceptos analizados. En este sentido podemos añadir que las técnicas de Optimización permiten fundamentar los dos paradigmas básicos de la microeconomía; a saber, la teoría del consumo y la teoría de la producción. Los conceptos de convexidad para conjuntos y de concavidad/convexidad para funciones, que se interpretan en términos de la diversidad en el consumo y de la ley de productividad marginal decreciente, respectivamente, tienen importantes aplicaciones. Las herramientas que proporciona la Programación Lineal son muy útiles en problemas de planificación de la producción y permiten realizar sencillos ejercicios de estática comparativa. Por otra parte, el análisis de procesos dinámicos en tiempo continuo, básicos, por ejemplo, en modelos de crecimiento económico, requiere de otras técnicas bien distintas. En este sentido, la teoría de ecuaciones diferenciales proporciona el instrumental necesario para el estudio de conceptos clave como el de trayectoria temporal, evolución del sistema, estabilidad...

## 3.Objetivos y competencias

### 3.1.Objetivos

Los objetivos de carácter general de la enseñanza de las matemáticas en este grado pueden englobarse en dos:

1. Formación matemática del estudiante.
2. Capacitación del estudiante para la utilización de las matemáticas en los problemas que se le planteen en su futura profesión.

La asignatura supone un paso más en dichos objetivos ya abordados, por otra parte, en las Matemáticas I. La importancia de la formación matemática no radica sólo en los nuevos conceptos que proporciona sino en la adquisición de un enfoque riguroso, preciso, así como la capacidad de abstracción y el método científico que caracterizan a la Matemática. En cuanto al segundo objetivo, se introduce al estudiante en técnicas de modelización desde el punto de vista del análisis matemático a través de dos vías diferentes: optimización clásica por un lado y análisis dinámico por otro.

### 3.2.Competencias

Al superar la asignatura, el estudiante será más competente para

1. Comprender la naturaleza de la empresa e instituciones, su relación con el entorno económico, jurídico, social y medioambiental y la incidencia del mismo sobre las áreas financiera y contable de las organizaciones.
2. Entender el funcionamiento de los mercados financieros, las instituciones que en ellos intervienen, los instrumentos que en ellos se negocian y su influencia en las decisiones de inversión y financiación de las organizaciones y personas.

## 27508 - Matemáticas II

3. Identificar, interpretar y evaluar la información financiera y contable de las empresas e instituciones para identificar las fortalezas y debilidades, así como para asesorar desde un enfoque técnico, financiero y contable en la toma de decisiones.
4. Capacidad para elaborar informes contables y financieros, externos e internos, así como para obtener y emitir una opinión independiente sobre la información contable de una organización.
5. Capacidad de análisis y síntesis.
6. Capacidad para la resolución de problemas.
7. Desarrollar actitudes colaborativas y de trabajo en equipos multidisciplinares o multiculturales, así como desarrollar una actitud crítica para el debate.
8. Capacidad para innovar en todos los aspectos, así como para adaptarse a nuevos entornos: sociales, culturales, tecnológicos,...
9. Motivación por el aprendizaje autónomo y continuado.

### 4.Evaluación

#### 4.1.Tipo de pruebas, criterios de evaluación y niveles de exigencia

El estudiante deberá demostrar que ha alcanzado los resultados de aprendizaje previstos mediante las siguientes actividades de evaluación

La evaluación será **GLOBAL**, tanto en primera como en segunda convocatoria, y consistirá en un examen final a realizar en el periodo establecido por el Centro.

Dicho examen evaluará los resultados de aprendizaje propuestos mediante preguntas teóricas, prácticas y/o teórico-prácticas que se ajustarán a la materia impartida. Se puntuará sobre 10 puntos.

La estructura de la prueba se dividirá en dos partes:

**Bloque informático:** Consistirá en la resolución de ejercicios prácticos con asistencia de ordenador. Se valorará tanto el manejo de las propias herramientas informáticas como la correcta interpretación de los resultados obtenidos. Se valorará sobre 10 puntos.

**Bloque escrito:** Mediante esta prueba se valorarán los conocimientos teóricos de los temas, así como el uso correcto de la notación matemática y la capacidad de cálculo mediante cuestiones teóricas y/o teórico-prácticas. Se valorará sobre 10 puntos.

La calificación de dicha prueba se calculará, sobre 10, del siguiente modo:

$$N=0,6* \text{Nota Bloque informático} + 0,4*\text{Nota Bloque escrito}$$

Además, en la primera convocatoria, cabe la posibilidad de realizar una prueba voluntaria intermedia con la misma estructura, bloques y requisitos mínimos que la prueba global, que incluirá la materia correspondiente a los temas 1, 2 y 3. Dicha prueba tendrá lugar en la mitad del cuatrimestre, asimismo se indicará la fecha de realización con suficiente antelación en el aula y/o plataformas docentes del profesorado.

## 27508 - Matemáticas II

Los estudiantes que obtengan en dicha prueba una calificación superior o igual al 50% de la nota (2,5 sobre 5) podrán optar por eliminar dicha materia del examen global de la primera convocatoria; en cuyo caso la nota correspondiente a la materia eliminada será traspasada a la nota del examen global en el porcentaje en que dichos contenidos se valoren en el examen final. Para superar la asignatura el estudiante debe obtener un mínimo de 5 puntos sobre 10 en la nota final, así como 5 puntos sobre 10 en el bloque escrito

Debe tenerse en cuenta que los cursos académicos cierran los procesos de evaluación, lo que hace que no puedan reclamarse méritos de un año para evaluaciones de años académicos posteriores.

La evaluación de los estudiantes de quinta y sexta convocatoria se realizará según el acuerdo de 22 de diciembre de 2010 del Consejo de Gobierno por el que se aprueba el reglamento de normas de evaluación del aprendizaje de la Universidad de Zaragoza.

### Criterios de valoración

Se evaluará si el estudiante ha adquirido los resultados de aprendizaje expuestos anteriormente. En particular se valorarán los siguientes aspectos:

1. El uso correcto de la escritura del lenguaje matemático.
2. El razonamiento lógico en el planteamiento y en la resolución de los problemas.
3. La referencia al contenido teórico que se utiliza, si es destacable.
4. La elección del método adecuado para la resolución del problema
5. La claridad en la aplicación de los conceptos y procedimientos matemáticos.
6. Cálculos llevados a cabo con cuidado.
7. La expresión correcta en los resultados obtenidos al resolver problemas.

## 5. Metodología, actividades, programa y recursos

### 5.1. Presentación metodológica general

Con esta asignatura se persigue que el estudiante desarrolle la capacidad analítica, el rigor y la intuición en el uso de los conceptos y resultados matemáticos y los sepa aplicar al análisis de problemas de índole económico. Es por esto que la formación del estudiante debe ir orientada en la dirección de dotarle de unos sólidos conocimientos matemáticos e inculcarle una sistemática en el razonamiento que posteriormente le permita encarar con éxito la solución de un amplio

abanico de problemas en el contexto económico.

## 5.2. Actividades de aprendizaje

El programa que se ofrece al estudiante para ayudarle a lograr los resultados previstos comprende las siguientes actividades...

**Clases teóricas** , en las que se combinará la clase magistral para exponer los conceptos y resultados de los contenidos de la asignatura con la resolución participativa de ejercicios, en los que se aplicará de forma inmediata los aspectos teóricos explicados para ayudar a los estudiantes a asimilarlos. Estas clases serán presenciales y se impartirán a todo el grupo. Cuantificación temporal: 1,2 créditos ECTS (30 horas).

**Clases prácticas** , en las que los estudiantes irán resolviendo, con la ayuda del profesor, ejercicios más completos y problemas de carácter económico en los que se apliquen los resultados matemáticos vistos. Estos ejercicios y problemas estarán en las hojas de problemas de la asignatura (ver enlace a web) y se anunciará con antelación cuáles se van a resolver en cada clase práctica para que el estudiante los pueda preparar. Estas clases serán presenciales y se impartirán a la mitad del grupo.

Cuantificación temporal: 1,2 créditos ECTS (30 horas).

**Seminarios** (prácticas tipo P6), en los que se podrán realizar diversas actividades: seguimiento del desarrollo de un trabajo que se habrá propuesto a un grupo de estudiantes y defensa del mismo; tutorías colectivas de determinados temas; desarrollo de problemas de carácter económico en cuya resolución se utilicen herramientas matemáticas explicadas en la asignatura... Estos seminarios podrían dedicarse además a la ampliación de conocimientos mostrando a los estudiantes que estén interesados otras herramientas matemáticas que permitan resolver problemas más generales. Se pone así de manifiesto que tanto la Ciencia Matemática como la Ciencia Económica son ciencias vivas y por tanto con muchos aspectos para estudiar.

Cuantificación temporal: Sujeto a la disponibilidad de profesorado

**Actividades no presenciales** . Cuantificación temporal: 3,6 créditos ECTS

## 5.3. Programa

En las clases teóricas y prácticas se expondrán los contenidos incluidos en el programa que se detalla a continuación. El orden en la impartición de los contenidos podrá experimentar alguna variación que será indicada por el profesor en la presentación de la asignatura.

### Tema 1: Programas matemáticos

1.1. Formulación general de un programa matemático. Clasificación.

1.2. Definiciones y propiedades. Teorema de Weierstrass.

1.3. Resolución gráfica.

1.4. Introducción a la convexidad:

1.4.1. Conjuntos convexos. Definición y propiedades.

1.4.2. Funciones convexas y cóncavas. Definiciones y propiedades.

1.4.3. Programas convexos.

### Tema 2: Programación sin restricciones

2.1. Formulación del problema.

2.2. Óptimos locales:

2.2.1. Condiciones de primer orden para la existencia de óptimo local.

2.2.2. Condiciones de segundo orden para la existencia de óptimo local.

2.3. Óptimos globales: Programas convexos.

### Tema 3: Programación con restricciones de igualdad

3.1. Formulación del problema.

3.2. Óptimos locales:

3.2.1. Condiciones de primer orden para la existencia de óptimo local.

3.2.2. Condiciones de segundo orden para la existencia de óptimo local.

3.3. Óptimos globales: Programas convexos y Teorema de Weierstrass.

3.4. Interpretación económica de los multiplicadores de Lagrange.



**Tema 4: Programación lineal**

- 4.1. Formulación de un problema de programación lineal.
- 4.2. Soluciones de un programa lineal. Soluciones factibles básicas.
- 4.3. Caracterización de las soluciones básicas óptimas. Algoritmo del simplex.
- 4.4. Introducción al análisis de sensibilidad.
- 4.5. Introducción al programa dual.

**Tema 5: Introducción a las ecuaciones diferenciales ordinarias**

- 5.1. Introducción al análisis dinámico.
- 5.2. Concepto de ecuación diferencial, solución y tipos de soluciones.
- 5.3. Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden:
  - 5.3.1. Ecuaciones en variables separadas.
  - 5.3.2. Ecuaciones lineales de primer orden.
- 5.4. Ecuaciones diferenciales lineales de orden  $n$  con coeficientes constantes.
- 5.5. Análisis cualitativo: puntos de equilibrio y estabilidad.

**5.4. Planificación y calendario**

El día de la presentación de la asignatura se expondrá, en cada grupo, el calendario detallado de la asignatura según las características del curso académico.

**5.5. Bibliografía y recursos recomendados**

[BB: Bibliografía básica / BC: Bibliografía complementaria]

**BB**

Barbolla, Rosa. Optimización : cuestiones, ejercicios y aplicaciones a la economía / Rosa Barbolla, Emilio Cerdá, Paloma Sanz . - [1a. ed. en español], reimp. Madrid [etc.] : Prentice Hall, 2006

**BB**

Barbolla, Rosa. Optimización : programación matemática y aplicaciones a

## 27508 - Matemáticas II

- la economía / Rosa Barbolla, Emilio Cerdá, Paloma Sanz . 1ª ed., 1ª imp. Madrid : Garceta, 2011
- BB** Blanco García, Susana. Matemáticas empresariales I : enfoque teórico-práctico. Vol. 2, Cálculo diferencial / Susana Blanco García, Pilar García Pineda, Eva del Pozo García . - [1ª ed.] Madrid : Editorial AC, [2004]
- BB** Calderón Montero, Susana. Matemáticas para la economía y la empresa / Susana Calderón Montero, María Lourdes Rey Borrego ; Colaboradores Teodoro P. Galache Laza, Francisco Ruiz de la Rúa Madrid : Pirámide, 2012
- BB** Ejercicios resueltos de matemáticas empresariales / P. Alegre... [et al.] . - 1ª ed., 3ª reimp. Madrid : AC, 2005
- BB** Matemáticas aplicadas a la economía y a la empresa : 434 ejercicios resueltos y comentados / Rafael E. Caballero Fernández... [et al.] Madrid : Pirámide, D.L. 2003
- BB** Pérez Grasa, Isabel. Matemáticas para la economía : programación matemática y sistemas dinámicos / Isabel Pérez-Grasa, Esperanza Minguillón Constante, Gloria Jarne Jarne Madrid [etc] : McGraw-Hill, cop. 2001
- BC** Ayres, Frank. Ecuaciones diferenciales / Frank Ayres, Jr. ; Traducción y adaptación Tomás Gómez de Dios . [reimp.] México [etc.] : McGraw-Hill, imp. 2001
- BC** Larson, Ron. Calculus / Ron Larson, Bruce Edwards . 10th ed., International ed. Australia [etc.] : Brooks/Cole Cengage Learning, cop. 2014
- BC** Luenberger, David G.. Programación lineal y no lineal / David G. Luenberger ; versión en español de Manuel López Mateos ; con la colaboración de Manuel Garrido y Juan Claudio López . Argentina [etc.] : Addison-Wesley Iberoamericana, cop. 1989